

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра « Детали машин и ПТУ»

# **Определение приведенного момента инерции механизма экспериментальным методом**

*Методические указания к выполнению  
лабораторной работы по ТММ № 2*

РПК  
"Политехник"  
Волгоград  
2006

УДК621.833.6

Определение приведенного момента инерции механизма экспериментальным методом: метод. указ. к выполнению лабораторной работы по ТММ № 2 / сост.: Н. Г. Дудкина, С. Ю. Кислов; Волгоград. гос. техн. ун-т. – Волгоград, 2006. – 10 с.

Приводятся краткие сведения из теории по разделу курса «Анализ движения механизмов и машин», описание конструкции лабораторной установки, методика выполнения работы по экспериментальному определению момента инерции плоских механизмов.

Рекомендуется использовать студентами механических специальностей всех форм обучения при подготовке их к выполнению лабораторной работы по курсу «Теория механизмов и машин».

Ил. 2. Табл.1. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент доцент А.А.Гончаров

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного технического университета

© Волгоградский  
государственный  
технический  
университет, 2006.

**Цель работы:** экспериментальное определение приведенного момента инерции плоского механизма

## 1. Краткие сведения из теории

При решении задач динамики, связанных с определением закона движения машины под действием заданных сил, удобно пользоваться понятиями приведенной массы и приведенной силы. Введение этих понятий позволяет решать задачи динамики независимо от того, что представляет собой рассматриваемые машины, т.е. решение будет применимо для любой машины. Кроме того, механизм представляет собой нагруженную разными силами связанную систему звеньев, определение закона движения этой системы по заданным внешним силам представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Решение этой задачи требует применение многократного численного интегрирования соответствующего дифференциального уравнения. Для упрощения уравнения движения механизма с одной степенью свободы и его решения, пользуясь методом приведения сил и масс, устанавливают закон движения одного звена (звена приведения).

Кинетическая энергия кинематической цепи представляет собой сумму кинетических энергий всех звеньев, которые в общем случае имеют как поступательное, так и вращательное движения

$$T = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i \cdot v_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \cdot \omega_i^2}{2} \right), \quad (1)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -того звена;  $J_{Si}$  – момент инерции  $i$ -того звена относительно центра масс;  $v_{Si}$  – скорость центра тяжести  $i$ -того звена;  $\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -того звена;  $n$  – число подвижных звеньев в механизме.

Примем какую-либо точку ведущего звена за точку приведения. Пусть в механизме, изображенном на рис.1, это будет точка А. Выражение (1) умножим и разделим на квадрат скорости точки А. В результате, получим

$$T = \frac{v_A^2}{2} \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{v_A} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right] \quad (2)$$

где

$$\sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{v_A} \right)^2 + J_{Si} \left( \frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right] = m_{\Pi} \quad (3)$$

Назовем эту величину *приведенной массой кинематической цепи*, тогда кинетическая энергия звена приведения

$$T = \frac{m_{\Pi} \cdot v_A^2}{2}. \quad (4)$$

Если звено привода совершает вращательное движение (например, на рис.1 – это кривошип 1), то пользуются понятием приведенного момента инерции. Кинетическая энергия звена привода в этом случае определяется как

$$T = \frac{J_{\Pi} \cdot \omega_1^2}{2}. \quad (5)$$

Приравнявая эту энергию к кинетической энергии кинематической цепи, выраженной формулой (1), получим значение *приведенного момента инерции*

$$J_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_i \left( \frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

Физический смысл приведенного момента инерции такой, как и приведенной массы.

*Приведенный момент инерции  $J_{\Pi}$  (приведенная масса  $m_{\Pi}$ ) – это такой момент инерции условного тела (условной массы), вращающегося со звеном привода, кинетическая энергия которого равна кинетической энергии всего механизма.*

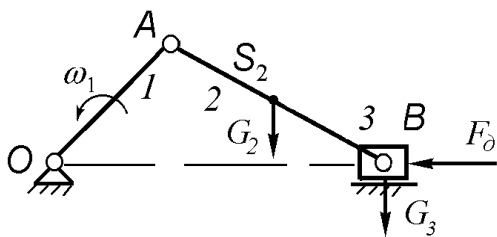


Рис.1

Определим значение приведенного момента инерции для механизма, изображенного на рис.1. Кривошип 1, совершающее вращательное движение вокруг точки O, уравновешен и имеет момент инерции  $J_{O1}$ . Шатун 2 массой  $m_2$  совершающий плоскопараллельное движение, имеет момент инерции относительно центра тяжести  $S_2$  равный  $J_{S2}$ . Ползун 3 массой  $m_3$  движется поступательно. В этом случае приведенный момент инерции равен

$$J_{\Pi} = J_{O1} + m_2 \left( \frac{v_{S2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{v_B}{\omega_1} \right)^2. \quad (7)$$

Значение приведенного момента инерции рассчитывается для каждого положения кривошипа через определенный угол его поворота, а затем строится график зависимости  $J_{\Pi} = f(\varphi)$ , где  $\varphi$  – угол поворота кривошипа. Для рычажного механизма этот график обычно имеет случайный характер. Это означает, что при заданном равномерном вращении ведущего звена его мгновенная скорость будет непостоянна. Для уменьшения неравномерности вращения на ведущий быстроходный вал можно поставить деталь, обладающую большим постоянным моментом инерции  $J_M$ . Такая деталь называется *маховик*. При этом график приведенного момента инерции поднимется на величину  $J_M$ .

### Экспериментальное определение приведенного момента инерции (приведенной массы).

Механизм приводится в колебание в горизонтальной плоскости периодической силой регулируемой частоты до наступления резонанса, то есть до момента, когда частота собственных колебаний испытуемого механизма совпадает с частотой периодической, раскачивающей механизмы силы (рис.2).

Для получения дифференциального уравнения малых колебаний системы используется уравнение Лагранжа II-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x} \quad (8)$$

где  $x$  – обобщенная координата; в данном случае это линейная деформация пружины вдоль ее оси;

$$T = \frac{m_{\Pi} \cdot \dot{x}^2}{2} \quad \text{– кинетическая энергия механизма;}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_{\Pi} \cdot \dot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m_{\Pi} \cdot \ddot{x}$$

$$\Pi = \frac{cx^2}{2} \quad \text{– потенциальная энергия пружины,}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = c \cdot x; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \text{т.к. } T \text{ не зависит от координаты } x.$$

В результате подстановки соответствующих значений в формулу (8) получим

$$m_{\Pi} \cdot \ddot{x} = -c \cdot x \quad (9)$$

Обозначив  $\frac{c}{m_{\Pi}} = k^2$ , в результате преобразования из (9) получаем уравнение малых колебаний системы:

$$\ddot{x} = k^2 \cdot x \quad (10)$$

где  $k$  – угловая частота колебаний маятника  $b$  (рис.2). Период колебаний маятника равен

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{k} \quad (11)$$

Подставим значение  $k$ , получим

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{c} \cdot m_{\Pi}, \quad \text{откуда } m_{\Pi} = \frac{T^2 \cdot c}{4 \cdot \pi^2}. \quad (12)$$

Приведенный момент инерции:

$$J_{\Pi} = m_{\Pi} \cdot R^2, \quad (13)$$

где  $R$  – длина маятника.

## 2. Описание установки

Установка (рис.2) состоит из основания с расположенным на нём механизмом и возбудителем колебаний. На установке (рис.2, а) исследуется кривошипно-кулисный механизм, который состоит из кулисы 1, ползуна 2 и кривошипного узла 3 с маятником 6. Опора кулисы и опора кривошипного узла закреплены на основании. На свободном конце кулисы установлен груз 9 со стопором. Перемещая груз по кулисе, можно менять момент инерции механизма.

Для изменения положения кривошипа (12 положений через  $30^\circ$ ) имеется лимб со стопором 8. На лимбе закреплен маятник 6 с грузом 4. До включения установки маятник удерживается в фиксированном положении пружинами 7 определенной жесткости, которые соединяют сегментный конец маятника с возбудителем колебаний.

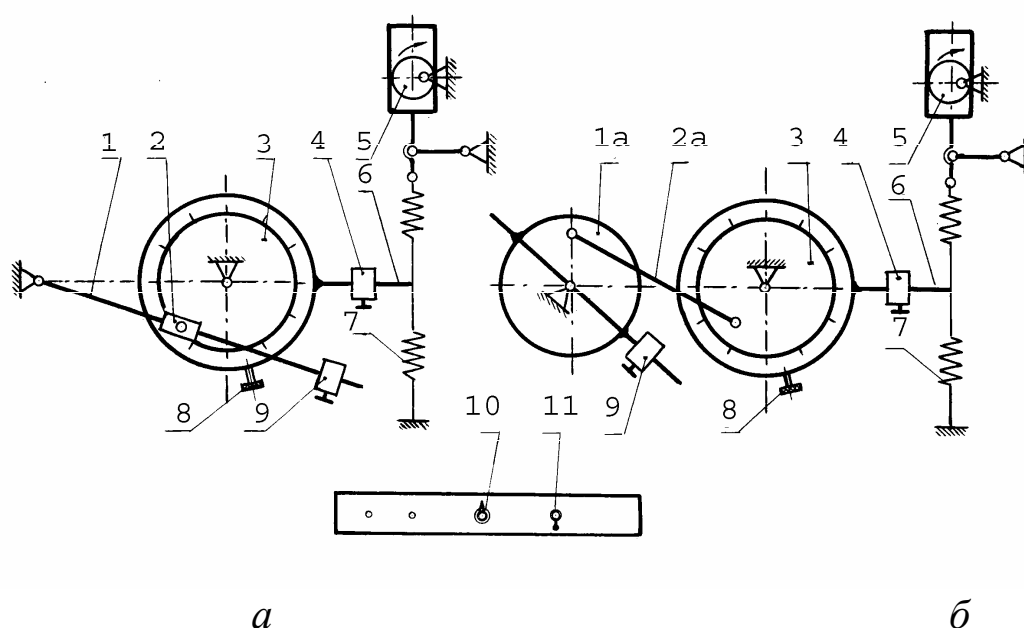


Рис. 2

Возбудитель колебаний состоит из электродвигателя и рычажного механизма, преобразующего вращательное движение двигателя и возвратно-поступательное движение одной из пружин 7, соединенной с маятником.

При вращении электродвигателя пружина получает силовые импульсы с ходом 2 мм, передающиеся на механизм.

Регулируя обороты электродвигателя, можно менять частоту подаваемых на механизм силовых импульсов, следовательно, и частоту вынужденных колебаний механизма.

Для определения резонансных оборотов устройство снабжено миллиамперметром, к которому подводится ток от тахогенератора, соединенного с валом электродвигателя. Миллиамперметр протарирован в об/мин.

Установка включается тумблером  $10$ .

Регулирование оборотов электродвигателя осуществляется реостатом через рукоятку  $11$ , выведенную на панель установки.

На другой установке (рис.2, б) исследуется кривошипно-коромысловый механизм. Ведомым звеном здесь является коромысло  $1_0$ , с грузом  $9$ , меняя положение которого, можно изменять момент инерции механизма.

### Порядок выполнения работы

1. Установить и закрепить на заданной длине грузы  $4$  и  $9$ . Места установки грузов маятника, кулисы, коромысла выбирают по таблице (на стенде в коридоре).

2. Ослабив стопорный винт  $8$  лимба  $3$ , установить кривошип на деление «0».

3. Рукоятку  $11$  изменения частоты вращения двигателя повернуть до отказа против часовой стрелки.

4. Включить тумблер  $10$ .

5. Медленно поворачивая рукоятку  $11$  по часовой стрелке и одновременно прокручивая маховик двигателя рукой, запустить электродвигатель.

6. Плавно увеличивая частоту вращения вала двигателя поворотом рукоятки  $11$  по часовой стрелке, зафиксировать показания миллиамперметра в момент резонанса маятника  $6$ . Резонанс фиксируется только при наименьшей частоте вращения двигателя.

7. Опыт повторить три раза. Показания миллиамперметра занести в таблицу (1). Найти среднее значение.

8. Лимб  $3$  установить в положение, соответствующее  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  ...  $330^\circ$  и повторить опыт.

9. Определить для каждого положения кривошипа частоту вращения вала двигателя и период колебаний  $T$  по формуле (11).

10. Определить приведенную массу  $m_n$  по формуле (12) и приведенный момент инерции  $J_{II}$  механизма по формуле (13).

11. Построить график зависимости  $J_{II} = J_{II}(\varphi)$ .

12. Сделать выводы по результатам исследования.

## Справочные данные

### 1. Кривошипно-кулисный механизм

Цена деления шкалы миллиамперметра 22,4 об/мин.

Жесткость пружины  $c = 3700$  Н/м.

Длина маятника  $R = 0,18$  м.

### 2. Кривошипно-коромысловый механизм

Цена деления шкалы миллиамперметра 22 об/мин.

Жесткость пружины  $c = 3483$  Н/м.

Длина маятника  $R = 0,18$  м.

Таблица полученных результатов расчета.

Таблица 1

φ	Показания миллиамперметра			Среднее значение	$n$	$T$	$m_{п}$	$J_{п}$
	1	2	3					
град					об/мин	с	кг	кг·м <sup>2</sup>
0								
30								
60								
90								
120								
150								
180								
210								
240								
270								
300								
330								



## Вопросы для самоконтроля

1. С какой целью вводятся понятия «приведенная масса» «приведенный момент инерции»?
2. Что называется приведенной массой ( $m_{II}$ ) и приведенным моментом инерции ( $J_{II}$ ) механизма?
3. Запишите выражения для расчета кинетической энергии тела во вращательном, поступательном и плоско-параллельном движении?
4. Запишите значения приведенного момента инерции (приведенной массы) для заданного механизма (рис.2, а; рис.2, б) (предварительно вычертить кинематическую схему исследуемого механизма).
5. Какое явление лежит в основе проведения эксперимента?
6. Запишите уравнение Лагранжа 2-го рода.
7. Привести порядок расчета приведенного момента инерции  $J_{II}$  (приведенной массы  $m_{II}$ ), определяемых экспериментальным методом.
8. Объясните принцип действия установки и порядок проведения испытаний.
9. Чем характеризуется неравномерность движения ведущего звена механизма?
10. Что такое периодические колебания скорости ведущего звена? Коэффициент неравномерности хода?
11. Перечислите способы снижения неравномерности хода.
12. Запишите формулу для определения момента инерции маховика.
13. Что называется маховиком и его роль в машине.
14. На каком валу машинного агрегата устанавливают маховик.
15. Как определить размеры и вес маховика.

## Рекомендуемая литература

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин, М: Наука, 1988.- 640 с.
2. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов /К. В. Фролов, С. А. Попов и др. под ред. К. В. Фролова.- М: Высш. шк., 1987.- 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.- 592 с.
4. Соколовский В.И. Динамический анализ и синтез механизмов, Свердловск: УПИ, 1979- 80 с.

Составители: Наталья Геннадьевна Дудкина  
Сергей Юрьевич Кислов

**Определение приведенного момента инерции механизма  
экспериментальным методом**

*Методические указания к выполнению лабораторной работы № 2*

Темплан 2006 г., поз. №

Подписано в печать . Формат 60 × 84 1/16.

Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,75.

Тираж 500 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.

400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28.

РПК «Политехник»

Волгоградского государственного технического университета.

400131 Волгоград, ул. Советская, 35.