

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра « Детали машин и ПТУ»

# **Структурный анализ плоских механизмов**

*Методические указания к выполнению  
лабораторной работы № 1*

РПК  
"Политехник"  
Волгоград  
2005

УДК621.833.6

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного технического университета

Структурный анализ плоских механизмов: методические указания к выполнению лабораторной работы № 1/ сост. Н. Г. Дудкина, С. Ю. Кислов, О. А. Сотников; Волгоград. гос. техн. ун-т. – Волгоград, 2005. – 12 с.

Ил. 11. Библиогр.: 4 назв.

Приводится описание работы по структурный анализ плоских механизмов, порядок ее проведения, а также представлены краткие сведения из теории.

Рекомендуется использовать студентами механических специальностей всех форм обучения при подготовке их к выполнению лабораторной работы по курсу «Теория механизмов и машин».

Рецензент Карлов В. И.

© Волгоградский  
государственный  
технический  
университет, 2005

**Цель работы:** определение класса и порядка механизма для выбора соответствующего метода его кинематического и силового расчета

## 1. Краткие сведения из теории

### *Структура механизмов и ее анализ*

*Механизмом* называется механическая система тел, в которой заданные движения одного или нескольких тел преобразуются в необходимое движение других тел. Таким образом, механизмы служат для преобразования движения. Механизмы часто являются составной частью машины (см. определение машины в [1]) преобразуя движение ее двигателя в необходимое движение рабочего органа. Рассмотрим структуру механизма на примере кривошипно-ползунного механизма (рис.1).

Механизм состоит из звеньев 1, 2, 3 и 4 которые представляют одну деталь или группу жестко соединенных деталей, имеющих общий закон движения.

Звено 1 – ведущее звено, закон движения которого задан. Это звено также называют входным звеном. Оно всегда обозначается со стрелкой.

Звенья 2, 3 – ведомые звенья; звено 3 – называют также исполнительным или выходным звеном. Оно совершает движение для получения, которого получен механизм.

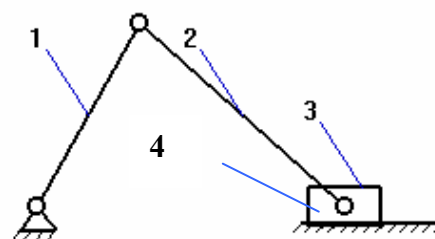
Звено 4 – стойка или базовое звено, на котором устанавливаются остальные звенья. Движение всех звеньев в механизме рассматривается относительно стойки.

### *Кинематические пары*

Подвижные соединения соприкасающихся звеньев в механизме называются *кинематическими парами*. На рис. 1 это соединения звеньев: 1 и 2, 2 и 3, 1 и 4 – вращательные пары, 3 и 4 – поступательная пара.

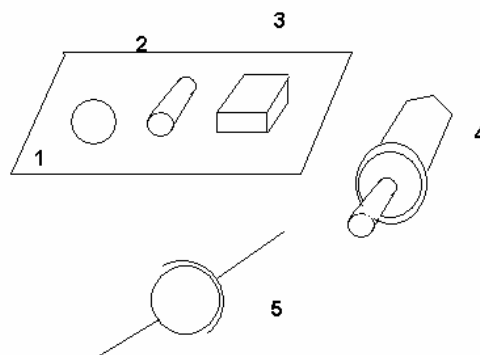
Кинематические пары классифицируются:

- по относительному движению звеньев входящих в них (вращательные и поступательные пары);



**Рис.1**

1 – кривошип, 2 – шатун,  
3 – ползун, 4 – стойка



**Рис. 2**

- по характеру контакта звеньев, образующих кинематические пары; *низшая пара* – контакт по поверхности; *высшая пара* – контакт по линии или в точке (на рис.2 1 и 2 – высшие пары; 3, 4, 5 – низшие пары);
- по количеству связей, наложенных на звенья образующие кинематические пары.

Количество связей, т.е. класс кинематической пары, определяется как

$$K=6 - m,$$

где  $K$  – количество связей;  $m$  – число независимых движений звеньев в кинематической паре;  $6$  – количество степеней свободы в пространстве.

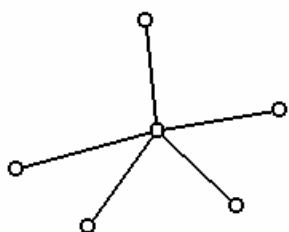


Рис. 3

При проектировании механизмов иногда совмещают оси нескольких шарниров (см. рис.3). Это дает кинематическую пару называемую сложным шарниром. Число кинематических пар в сложном шарнире равно числу звеньев его образующих минус единица.

### Кинематическая цепь

Кинематической цепью называется систем звеньев соединенных кинематическими парами.

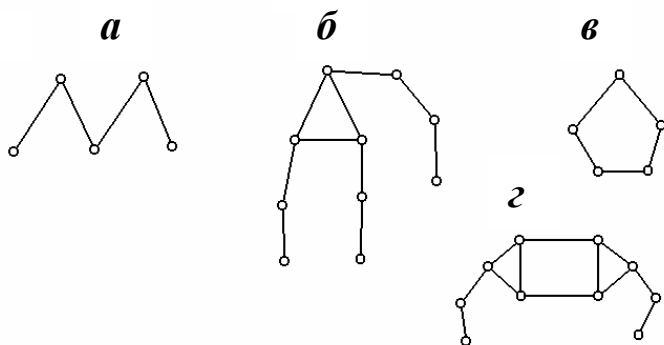


Рис. 4

Кинематические цепи (рис. 4) делятся на: *а* – простые; *б* – сложные; *в, г* – замкнутые.

Простая кинематическая цепь имеет хотя бы одно звено, образующее одну кинематическую пару. Сложная кинематическая цепь имеет звено или звенья, образующие более двух кинематических пар. Замкнутая простая кинематическая цепь

имеет звенья, образующие по 2 кинематические пары в подвижном контуре. Замкнутая сложная кинематическая цепь имеет подвижный контур и звенья, входящие в него с тремя и более кинематическими парами.

Важным параметром кинематической цепи является ее степень свободы  $W$ , равная весу уравнений описывающих движения цепи

$$W = 6n - L, \tag{2}$$

где  $L = 5P_5 + 4P_4 + 3P_3 + 2P_2 + P_1$ .

Здесь  $n$  – число звеньев цепи;  $L$  – число связей, наложенных на все звенья цепи;  $P_5, P_4, P_3, P_2, P_1$  – количество кинематических пар соответствующего класса (5, 4, 3, 2 и 1), входящих в кинематическую цепь.

Если на все звенья цепи наложены одинаковые связи, это необходимо учесть зависимостью

$$W=(6-m)n - (5-m)P_5 - (4-m)P_4 - (3-m)P_3 - (2-m)P_2 - (1-m)P_1. \quad (3)$$

Например, если все звенья кинематической цепи лежат в одной плоскости, то на них наложено три общих связи, т.е.  $m = 3$ . Тогда

$$W=3n - 2P_5 - P_4. \quad (4)$$

Эта формула называется формулой П.Л. Чебышева, который предложил ее в 1869г.

Необходимо отметить, что число  $m$  определяет семейство механизма. Так плоские механизмы относятся к третьему семейству.

Механизм является кинематической цепью, в которой движение всех звеньев рассматривается относительно стойки. Поэтому в формуле (2) число  $n$  берется равным числу подвижных звеньев механизма, а  $W$  часто называют степенью подвижности механизма.

Механизмом называется кинематическая цепь, в которой заданному движению ведущих звеньев соответствует строго определенное движение ведомых звеньев.

Исходя из данного определения, можно сделать вывод, что ведомая часть механизма имеет степень подвижности  $W$  равную нулю, т.к. ее движение зависит от ведущих звеньев. Тогда степень подвижности всего механизма должна быть равна степени подвижности ведущих звеньев. Этот вывод позволяет проверить, правильно ли разработана кинематическая схема механизма при совпадении  $W$  ведущих звеньев и  $W$  по формуле (3), схема составлена правильно. Формула (3) позволяет также определить класс кинематических пар, входящих в механизм. Например, в плоские механизмы входят только кинематические пары 4 и 5 класса (см. формулу (4)).

Итак, структурную схему механизма можно представить, как показано на рис. 5. Здесь области с  $W = 0$  являются простейшими кинематическими цепями с нулевой степенью подвижности, которые присоединяются к стойке, ведущим звеньям и друг к другу. Эта схема образования механизма была предложена в 1916 г. доцентом Петербургского университета Ассуром. Простейшие кинематические цепи с нулевой степенью подвижности называются структурными группами или в честь Асура – *группами Асура*.

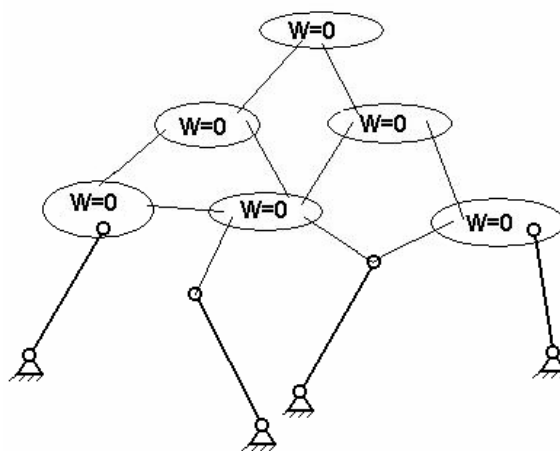


Рис. 5

Для выяснения структуры групп Ассур плоских механизмов запишем условия их существования:

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 0.$$

В плоских механизмах возможна замена высших кинематических пар ( $P_4$ ) парами низшими. Поэтому предыдущую зависимость можно записать так

$$W = 3n - 2P_5 = 0.$$

Отсюда находим соотношение между  $n$  и  $P_5 = 1,5n$

Таким образом, число кинематических пар в группе Ассур в 1,5 раза больше числа звеньев, а число звеньев должно быть четным. На рис. 6 приведены некоторые схемы кинематических цепей, соответствующих этим условиям.

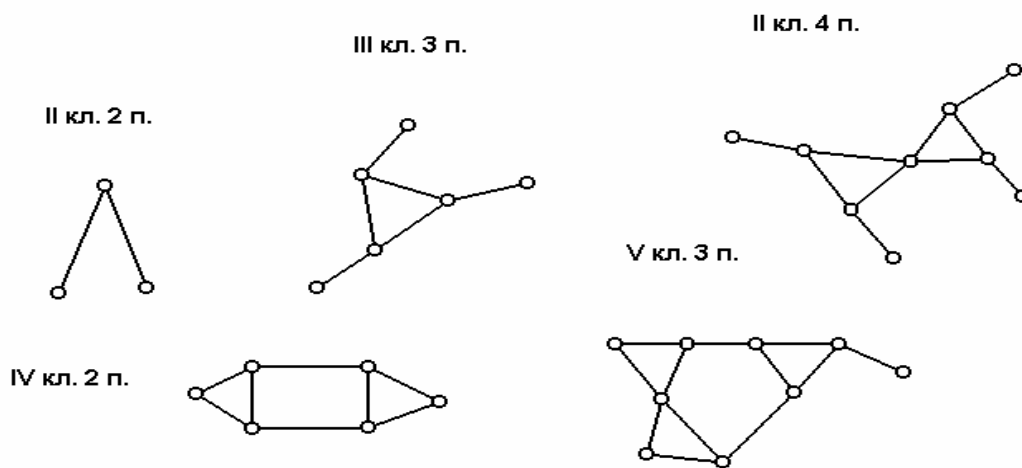


Рис. 6

Структурные группы классифицируются следующим образом:

- порядок группы определяется числом кинематических пар, которыми группа присоединяется к механизму (внешние кинематические пары);
- класс группы определяется числом кинематических пар, которые образуют наибольший контур в группе (подвижный или неподвижный). Поводок с двумя шарнирами считается выродившимся контуром второго класса.

Класс и порядок некоторых групп показан на рисунке 6.

Класс и порядок механизма определяется классом и порядком высшей структурной группы, входящей в механизм.

Приведенная классификация механизмов позволяет, определив его класс и порядок достаточно быстро определить методы его кинематического и силового анализа.

### *Пассивные связи и лишние степени свободы*

При проектировании механизмов иногда в них вводят дополнительные звенья, улучшающие эксплуатационные свойства механизма и не влияющие на закон движения остальных звеньев. К таким звеньям относятся, например, ро-

лики в кулачковых механизмах, уменьшающие трение в высшей кинематической паре (рис. 7). В случае учета ролика, как звена механизма степень его подвижности  $W = 2$ , что не соответствует условию: степень подвижности ведущего звена равна степени подвижности механизма. Такие степени свободы называются *лишними степенями свободы*, а связь – *пассивная связь*.

Тот же закон движения можно получить, убрав ролик и осуществив высшую пару непосредственным касанием кулачка и ведомого звена, что дает степень подвижности  $W = 1$ .

Другим примером таких звеньев является звено AD в механизме двойного параллелограмма, которое увеличивает жесткость механизма, но не влияет на законы движения остальных звеньев. Учет же звена AD при расчете по формуле Чебышева дает  $W = 0$ , что неправильно.

Звенья, подобные рассмотренным, создают *лишние степени свободы* и образуют *избыточные связи* (от кинематических пар A и D), что приводит к ошибкам при определении  $W$ . Поэтому при структурном анализе механизма их необходимо не принимать во внимание и исключать их.

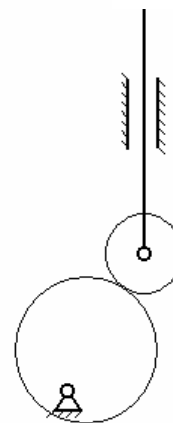


Рис. 7

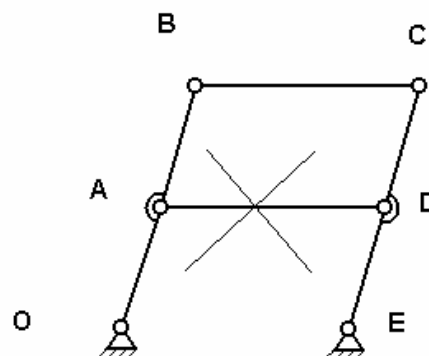


Рис. 8

### *Замена высших кинематических пар низшими.*

В некоторых случаях при проектировании механизмов бывает удобно заменять в них высшие кинематические пары на низшие. Условиями такой замены являются следующие:

- механизм после замены высших пар на низшие должен сохранить степень подвижности;
- относительное движение звеньев после замены должно оставаться прежним.

Рассмотрим сначала частный случай замены высших пар в плоском механизме, когда контактирующие элементы высшей пары представляют круглые цилиндрические поверхности (рис. 9, а)

Кинематической особенностью такой кинематической пары является сохранение постоянным расстояния  $O_1O_2$  при движении звеньев. Чтобы сохранить эту особенность при применении низших пар достаточно ввести в механизм жесткое звено  $O_1O_2$  между центрами кривизны цилиндров  $O_1$  и  $O_2$  соединить его с помощью шарниров в точках  $O_1$  и  $O_2$  со звеньями 1 и 2. Степень подвижности механизма при этом сохраняется. В этом можно убедиться, под-

считав ее для механизма с высшей парой и механизма со звеном  $O_1O_2$  шарнирно соединенным со звеньями 1 и 2.

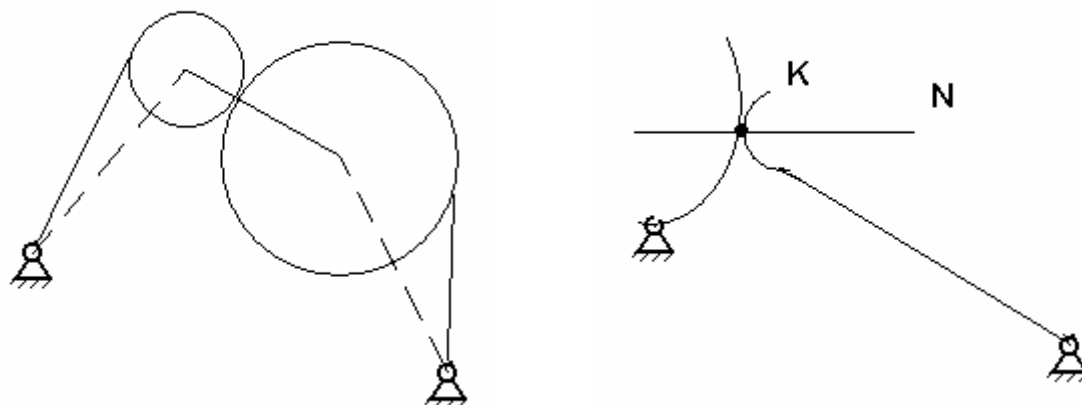


Рис. 9

В общем случае (см. рис.9, б) вместо линии  $O_1O_2$  проводят общую нормаль  $NN$  к поверхностям высшей пары в точке их контакта. На нормали находят центры кривизны поверхностей контакта в точке  $K$  и задача сводится к предыдущему частному случаю.

Трудности замены высшей пары теперь сводятся к тому, что надо найти центры кривизны в различных точках поверхности контакта, а звено -  $O_1O_2$  (нормаль) имеет разное положение и величину.

## 2. Порядок выполнения работы

### *Методика структурного анализа механизмов*

Структурный анализ механизма проводится в следующей последовательности:

1. Разобраться во взаимодействии звеньев механизма. Классифицировать кинематические пары, входящие в механизм. Проанализировать механизм на наличие звеньев, создающих пассивные связи и лишние степени свободы. При наличии таких звеньев их в дальнейшем не учитывать.
2. Определить степень подвижности механизма по структурной формуле и сравнить ее со степенью подвижности ведущих звеньев механизма. В случае расхождения найти и исправить ошибку.
3. Построить структурную схему механизма. Для этого звенья изобразить в виде многоугольников с числом вершин равным числу кинематических пар, образованных звеном. Заменить высшие кинематические пары на низшие, а поступательные кинематические пары на вращательные.
4. Выделить в механизме группы Ассур (структурные группы). Для этого отделяем от механизма ведущие звенья с кинематическими парами, соединяющими их со стойкой. Ведомую часть механизма пытаемся разделить на группы II класса 2 порядка, начиная от ведущих звеньев или ис-

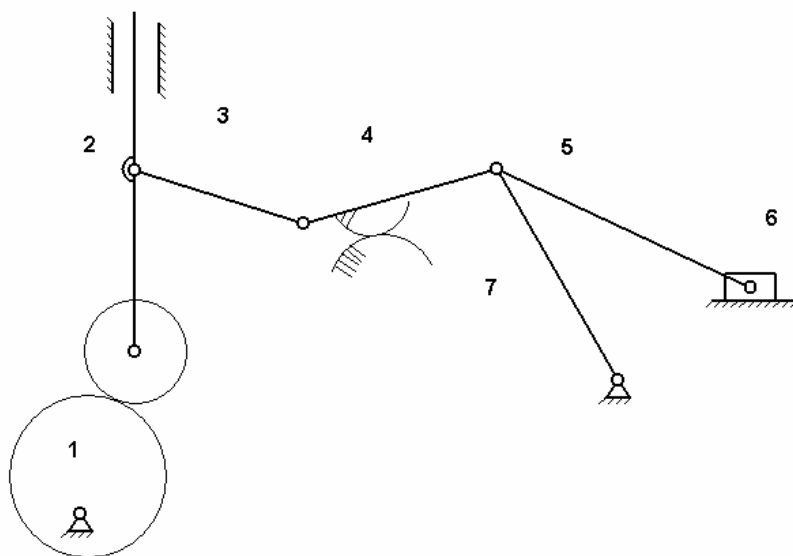


полнительного звена. В случае затруднений, переходят к группам более высокого класса.

5. Определяют класс и порядок групп Ассур и класс, и порядок всего механизма.
6. Записать формулу строения механизма.

### *Пример структурного анализа плоского механизма*

Рассмотрим в качестве примера структурный анализ кинематической схемы, приведенной на рис. 10.



**Рис. 10**

Проводится анализ движения звеньев от ведущего к выходному с целью выявления пассивных избыточных связей и исключения лишних степеней свободы. При наличии таких звеньев их не учитывают. Проводится нумерация звеньев (стойка имеет номер 0) от ведущего (1) к исполнительному (см. рис. 10). В рассматриваемой схеме не нумеруется и не учитывается ролик между звеньями 1 и 2, как создающий лишнюю степень свободы.

Классифицируются и подсчитываются кинематические пары, входящие в механизм. В нашем случае это: кинематическая пара между звеньями 0-1 – вращательная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 1-2 – высшая 4 класса; кинематическая пара между звеньями 2-0 – низшая, поступательная 5 класса; кинематическая пара между звеньями 2-3 – вращательная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 3-4 – вращательная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 4-0 – высшая 4 класса; кинематическая пара между звеньями 4-5 – вращательная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 5-6 – вращательная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 6-0 – низшая, поступательная 5 класса; кинематическая пара между звеньями 4-7 – вращатель-

ная, низшая 5 класса; кинематическая пара между звеньями 7-0 – вращательная, низшая 5 класса.

Звенья 4, 5, 7 образуют «сложный шарнир» – число кинематических пар в котором равно числу звеньев, его образующих минус 1. При этом оси всех шарниров здесь совмещены. Поэтому мы учитываем кинематические пары 4-5 и 4-7, считая звено 4 ведущим по отношению к звеньям 5 и 7.

Определяется степень подвижности ведущего звена (здесь  $W = 1$ ) и всего механизма по формуле Чебышева.

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 \times 2 = 1$$

Совпадение  $W$  механизма и ведущих звеньев говорит, что механизм спроектирован правильно.

Строим структурную схему механизма (см. методику структурного анализа).

В соответствии с методикой звенья изображаются в виде многоугольни-

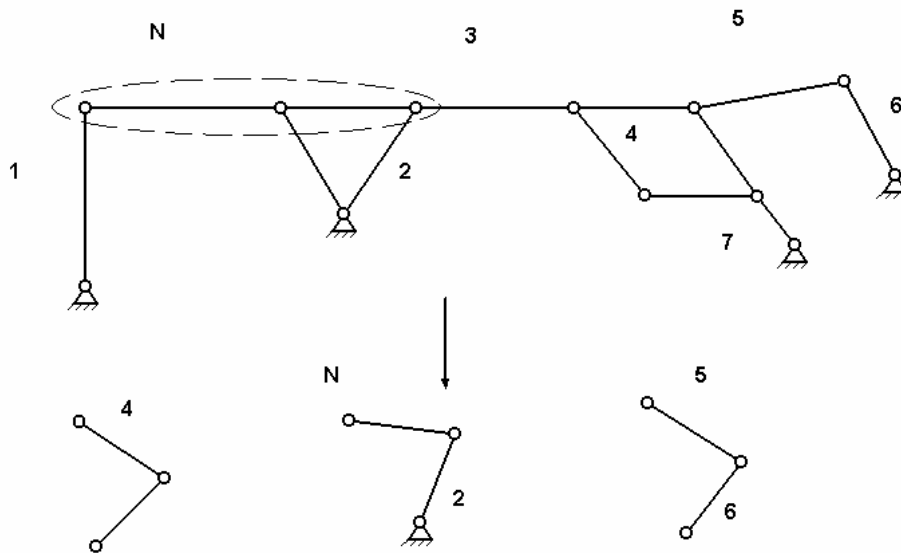


Рис. 11

ков произвольной величины и формы, число вершин которых равно числу кинематических пар звена. Вместо высших кинематических пар вводятся низшие со звеном-нормалью  $N$  (см. рисунок П2) между ними. Поступательные кинематические пары заменяются непосредственно вращательными (см. рисунок)

Здесь у звена 4 имеется «сложный шарнир» - два шарнира, оси которых совмещены. Число кинематических пар в сложном шарнире равно числу звеньев, его образующих минус 1. На структурной схеме эти 2 шарнира можно отобразить отдельно, что дало 4 кинематические пары у звена 4.

Выделяем группы Ассур в структурной схеме. Для этого отделяем ведущее звено (1) с кинематической парой 0-1. Оставшаяся ведомая часть должна делиться на группы Ассур. Группы выделяем со стороны ведущего

звена или от выходного звена. Например, звенья 5 и 6 образуют структурную группу II класса 2 порядка. Звенья N-2 образуют группу 2 класса так, что в нее должна войти кинематическая пара 0-2. В противном случае (см. пунктир) кинематическая пара 0-2 не войдет ни в одну из групп Ассур. Оставшаяся группа – это группа звеньев 4-7. Таким образом механизм состоит из ведущего звена и трех групп Ассур II класса 2 порядка. Весь механизм – II класса 2 порядка.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Для чего предназначен механизм?
2. Чем отличается механизм от кинематической цепи?
3. Для чего надо знать степень подвижности механизма?
4. Что определяет степень подвижности механизма?
5. Что такое кинематическая цепь? Как она классифицируется?
6. Что такое кинематическая пара? Как она классифицируется?
7. Что такое группа Ассур? Какова ее структура?
8. Как классифицируются группы Ассур?
9. Как определить класс механизма?
10. Чем определяется семейство механизма?
11. Почему ведомая часть механизма имеет степень подвижности равную нулю?
12. Начертите схему образования механизма по Ассур.
13. Почему формула Чебышева является структурной формулой?
14. Выведите структурную формулу общего вида.
15. Почему должна совпадать степень подвижности механизма и ведущих звеньев?

### **Рекомендуемая литература**

1. Артоболовский И. И. Теория механизмов и машин, М: Наука, 1988. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов /К. В. Фролов, С. А. Попов и др. под ред. К. В. Фролова.- М: Высш. шк., 1987.– 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.– 592 с.
4. Гавриленко В. А. Теория механизмов: Учеб. для втузов, - М.: Высш. шк., 1973 – 510 с.

Составители: Наталья Геннадьевна Дудкина  
Сергей Юрьевич Кислов  
Олег Александрович Сотников

### **Структурный анализ плоских механизмов**

*Методические указания к выполнению лабораторной работы № 1*

Темплан 2005 г. Поз. № 81

Подписано в печать 29.04.2005

Формат 60 × 84 1/16. Бумага газетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,7.

Тираж 500 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.

400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28.

РПК «Политехник»

Волгоградского государственного технического университета.

400131 Волгоград, ул. Советская, 35.